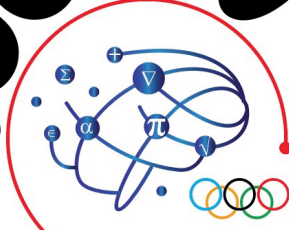


UGEMO



ULUSAL GENÇ
MATEMATİKÇİLER
OLİMPİYATI

9.
SINIF

FİNAL SINAVI

Ulusal Genç Matematikçiler Olimpiyatı

- Sınav süresi 120 dakikadır.
- Kitapçıkta 24 soru bulunmaktadır.
- 4 yanlış 1 doğruyu götürmektedir.

Adı Soyadı :

Okulu :

Sınıfı :

T.C. No. :

1. Reel değerli bir f fonksiyonu her x gerçekte sayısı için,

$$f(x^2 + 2x) + 2 \cdot f(x^2 - 8x + 15) = 12x^2 - 56x + 99$$

bağıntısını sağladığına göre, $f(2026)$ değeri kaçtır?

- A) 10807 B) 9107 C) 9007 D) 8097 E) 6048

2. $x, y, z > 0$ ve $\frac{5}{x} + \frac{8}{y} + \frac{1}{135z} = 1$

olduğuna göre, $S = x \cdot y \cdot z$ ifadesinin değeri en az kaçtır?

- A) 11 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

3. $x, y \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,

$$x^2 + y^2 + x + y = 7$$

denkleminin kaç (x, y) çözümü vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. A, B, C sonlu kümelerdir. A'nın eleman sayısı B'nin eleman sayısının 2 katıdır ve B'nin C'den daha çok elemanı vardır. B'nin alt kümelerinin sayısı C'nin alt kümelerinin sayısından 63 fazla olduğuna göre, **A, B, C kümelerinin eleman sayılarının toplamı kaçtır?**

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 20

5. x, y, z sıfırdan farklı doğal sayılar,
 $x^3 = y^3 + z^3 + 3xyz$ ve $x^2 - 6y - 6z = 0$
olduğuna göre, **$x \cdot (y + z)$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) Hiçbiri

6. Ardışık pozitif çift tam sayıların çarpımından oluşan $P = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdots 2n$ sayısı
2139 ile tam bölünebildiğine göre, n sayısının en küçük değeri kaçtır?

A) 13 B) 23 C) 29 D) 31 E) Hiçbiri

7. $m, n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,

$$m^3 - 3m^2n + 4n^3 = 44$$

denklemini sağlayan kaç farklı (m, n) ikilisi vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. n bir pozitif tam sayı olmak üzere,

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 111 \text{ ve } x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \dots + n \cdot x_n = 78$$

koşullarını sağlayan $x_1, x_2, \dots, x_n$ gerçekte sayıları varsa, n en az kaç olabilir?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) Hiçbiri

9. Son iki basamağı aynı olan beş basamaklı kaç tam kare sayı vardır?

- A) 13 B) 21 C) 27 D) 30 E) 31

10. ABC üçgeninde $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$, $|AB| = 15$, $|AC| = 20$ ve $[BC]$ kenarına dıştan teğet olan dış-teğet çemberin merkezi I_a olsun. I_a dan $[BC]$ ye çizilen dik doğrunun $[BC]$ ve $[AC]$ yi kestiği noktalar sırasıyla P ve Q olduğuna göre, $m(\widehat{QB I_a})$ kaç derecedir?

A) 45 B) 60 C) 67,5 D) 75 E) 90

11. a, b, c pozitif tam sayılardır.

(a, b) : a ve b tam sayılarının en büyük ortak bölenini gösteriyor.

$$(a, 20) = b$$

$$(b, 15) = c$$

$$(a, c) = 5$$

ve $1 \leq a, b, c \leq 100$ koşulunu sağlayan kaç (a, b, c) üçlüsü vardır?

A) 3 B) 9 C) 15 D) 20 E) Hiçbiri

12. a, b, c pozitif gerçel sayılardır.

$$(a + b)^2 \cdot (a + c)^2 = 16 \cdot abc$$

eşitliği sağlandığına göre, **a + b + c toplamının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) Hiçbiri

13. $M = \{1, 2, 3, \dots, 2025\}$ kümesi veriliyor. Ali M nin n farklı alt kümesini seçiyor.

Ali'nin seçtiği herhangi iki alt kümenin birleşimi M ye eşit olmadığına göre, n sayısının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 2^{2024} B) 2^{2025} C) 2^{1012} D) 2^{606} E) Hiçbiri

14. $f(n) = \frac{1}{(\sqrt{n} + \sqrt{n+1})(\sqrt[4]{n} + \sqrt[4]{n+1})}$ ise

$f(1) + f(2) + \dots + f(9999)$ toplamının değeri kaçtır?

A) 8

B) 9

C) 10

D) 11

E) 13

15. $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}$ için,

$f(x + T) = f(x)$ koşulunu sağlayan f fonksiyonuna periyodik fonksiyon ve bu koşula uygun en küçük T pozitif gerçek sayısına f nin periyodu adı verilir.

Buna göre, her $x \in \mathbb{R}$ için,

$$f(x + 1) + f(x - 1) = \sqrt{2} \cdot f(x)$$

koşulunu sağlayan f fonksiyonunun periyodu kaçtır?

A) 4

B) 6

C) 8

D) 12

E) 14

16. ABC üçgeninde $D, E \in [BC]$, ADE eşkenar üçgen, $m(\widehat{BAC}) = 120^\circ$, $|BD| = 2$, $|EC| = 8$ olduğuna göre, ADB ve AEC üçgenlerinin çevrel çemberlerinin merkezleri arasındaki uzaklık kaçtır?

A) $2\sqrt{21}$ B) $3\sqrt{21}$ C) $7\sqrt{3}$ D) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ E) Hiçbiri

17. Bir kenar uzunluğu 10 olan eşkenar üçgenin kenarlarına çizilen paralel doğrular ile kenar uzunlukları 1 birim olan 100 eşkenar üçgene bölünmüştür.

Bu bölme işlemi ile kenar uzunlukları 1 birim olmayan kaç eşkenar üçgen elde edilir?

A) 361 B) 215 C) 190 D) 185 E) 160

18. $\frac{19n + 3}{6n - 5}$

kesrinin sadeleşmesini sağlayan en küçük pozitif n tam sayısının rakamlarının toplamı kaçtır?

A) 10

B) 12

C) 14

D) 15

E) 17

19. ABC üçgeninde $m(\widehat{BAC}) = 12^\circ$ ve $m(\widehat{ABC}) = 144^\circ$ dir. $[AC]$ üzerinde $|AP| = |BC|$ olacak şekilde bir P noktası alınıyor.

Buna göre, $m(\widehat{BPC})$ kaç derecedir?

A) 18

B) 24

C) 28

D) 32

E) 36

20. ABC üçgeninde $|AB| = |AC|$, $m(\widehat{BAC}) = 120^\circ$ ve BC üzerinde D noktası B ile E arasında olacak şekilde D ve E noktaları alınıyor.

$|BD| = a$, $|EC| = b$ ve $|DE|^2 = a^2 + b^2 - ab$ olduğuna göre, $m(\widehat{DAE})$ kaç derecedir?

A) 90

B) 75

C) 72

D) 60

E) 30

21. Bir d doğrusu üzerinde sırasıyla B, E, C noktaları ve doğrunun aynı tarafında $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$ olacak şekilde A noktası ve $[AB]$ üzerinde bir D noktası alınıyor.

$|BA| + |AE| = |BD| + |DC|$, $|AD| = 8$ br, $|BE| = 12$ br ve $|EC| = 16$ br olduğuna göre, **$|BA| + |AE|$ toplamı kaçtır?**

- A) 45 B) 42 C) 40 D) 32 E) 30

22. Ödüllü bir atış yarışmasında bir atıcı 10 halkalı bir hedefe yaptığı 5 atışla tam 40 halkayı vuruyor. Her atışta en az 7 halkaya isabet ettiriyor.

Her atışta isabet ettirilecek halkalar için kaç durum vardır? (Sıra dikkate alınmalıdır.)

- A) 40 B) 60 C) 80 D) 99 E) 101

23. Bir çember etrafında, her sayı bitişiğindeki iki sayının çarpımına eşit olacak şekilde en çok kaç farklı sayı yazılabilir?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

E) Sonsuz çoklukta

24. 1'den 16'ya kadar pozitif tam sayılarla bir oyun oynanıyor. Sayılar eşleştirilir ve her çift, o çiftteki sayıların toplamının en büyük asal böleni ile değiştirilir. Örneğin, (1, 2), (3, 4), (5, 6), (7, 8), ..., (15, 16) eşleştirilmesi yapılırsa, bu eşleştirme 3, 7, 11, 5, 19, 23, 3, 31 sayı dizisini üretir. Oyun, tek bir sayı kalana kadar benzer şekilde devam eder.

Oyunu sonlandıran sayının mümkün olan en büyük değeri kaçtır?

A) 11

B) 23

C) 29

D) 17

E) 31

