

UGEMO



ULUSAL GENÇ
MATEMATİKÇİLER
OLİMPİYATI

8.
SINIF

FİNAL SINAVI

Ulusal Genç Matematikçiler Olimpiyatı

- Sınav süresi 120 dakikadır.
- Kitapçıkta 24 soru bulunmaktadır.
- 4 yanlış 1 doğruyu götürmektedir.

Adı Soyadı :

Okulu :

Sınıfı :

T.C. No. :

1. a, b, c, d doğal sayılar olmak üzere,

$$ab - cd = 7$$

$$ad + 13bc = 11$$

olduğuna göre, $ac + bd$ ifadesi kaçtır?

- A) 0 B) 77 C) 7 D) 11 E) Hiçbiri

2. a, b, c, d tam sayılar olmak üzere,

$$a < 3b, b < 4c, c < 5d \text{ ve } d < 60$$

olduğuna göre, a sayısının en büyük değeri kaçtır?

- A) 5344 B) 3524 C) 3324 D) 3744 E) 2895

3. $3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{333\dots3}_{2025 \text{ basamaklı}}$

2025 basamaklı

toplamının son dört basamağı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 9695 B) 9325 C) 8765 D) 8345 E) 7234

4. Bir ABC eşkenar üçgeninin iç ve dış bölgelerinde sırasıyla D ve E noktaları alınmaktadır.

$$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{CAE}) = m(\widehat{ECA}) = 5^\circ$$

olduğuna göre, $m(\widehat{EDC})$ kaç derecedir?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

5. Aşağıdaki tabloda bulunan sayılardan rastgele x, y ve z sayıları seçilmektedir.

-1	0	1
----	---	---

Seçilen x, y ve z değerleri için aşağıdaki ifade hesaplanmaktadır.

$$K = 2^x \cdot 3^y \cdot 7^z$$

Ayşe, bu şekilde elde edilebilecek tüm K değerlerini hesaplayıp topluyor.

Buna göre, oluşan tüm K değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) $\frac{241}{2}$ B) $\frac{243}{2}$ C) $\frac{245}{2}$ D) 123 E) $\frac{247}{2}$

6. a bir doğal sayı olmak üzere,

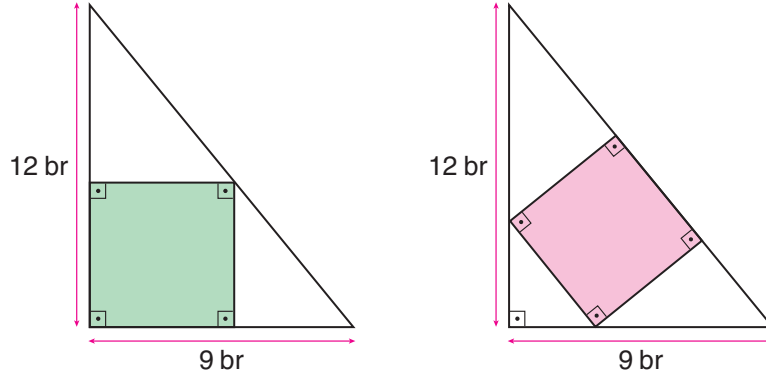
$$\sqrt{a} + 1 = x$$

$$\sqrt{a + 2024} = x + 1$$

olduğuna göre, x doğal sayısının rakamları toplamı kaçtır?

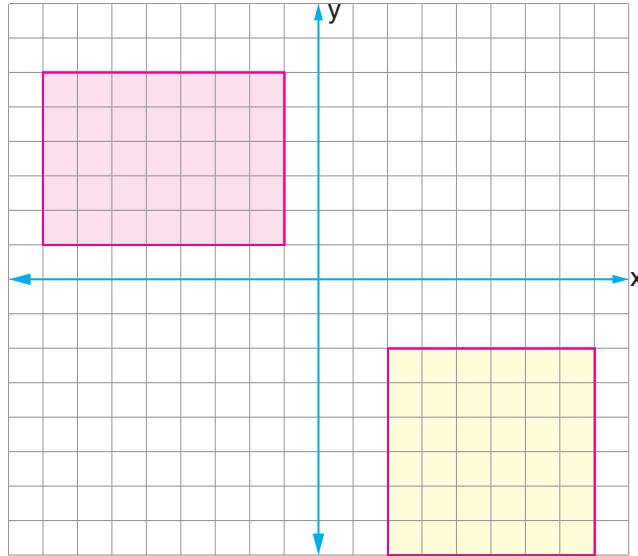
- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

7. Aşağıda dik kenar uzunlukları 9 br ve 12 br olan iki eş dik üçgen içerisine şekildeki gibi kareler yerleştirilmiştir.



Buna göre, verilen karelerin çevre uzunlukları oranı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{37}{35}$ B) 1 C) $\frac{35}{34}$ D) $\frac{36}{35}$ E) $\frac{1}{3}$
8. Aşağıda birim karelere ayrılmış dik koordinat düzleminin 2. bölgesinde bir dikdörtgen, 4. bölgesinde bir kare verilmiştir.



2. bölgedeki dikdörtgenin y eksenine göre yansıması alınıp 2 birim sağa 4. bölgedeki karenin x eksenine göre yansıması alınıp 1 birim yukarı ötelendiğinde bu iki şeklin kesişiminin oluşturduğu alan kaç birimkare olur?

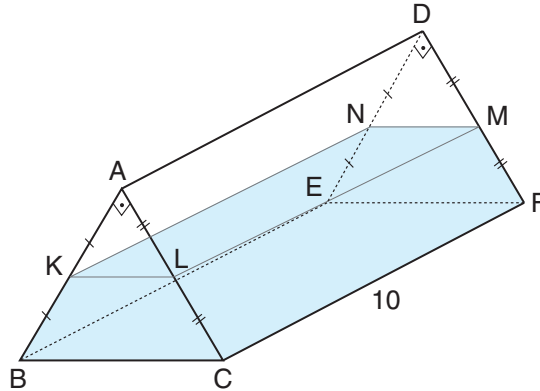
- A) 15 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6

9. Bir kargo görevlisinin yağmurlu havalarda bir eve uğrama olasılığı 0,4, yağmursuz havalarda uğrama olasılığı 0,9'dur.

Yarın hava %70 olasılıkla yağmursuz olacaksa, kargo görevlisinin yarın eve uğrama olasılığı nedir?

- A) 0,28 B) 0,42 C) 0,75 D) 0,79 E) 0,88

10. Şekilde BCFE yüzeyi üzerinde düz bir zeminde duran dik üçgen dik prizma [KL] seviyesine kadar su ile doludur.



$[AB] \perp [AC]$, $[DE] \perp [DF]$, $|AB| = 3$ birim, $|AC| = 4$ birim, $|CF| = 10$ birimdir.

K, L, M, N bulundukları kenarların orta noktaları olduğuna göre, prizmanın içindeki suyun hacmi kaç birim küptür?

- A) 120 B) 90 C) 60 D) 45 E) 30

11. Bir n pozitif tam sayısının tüm pozitif tam sayı bölenlerinin çarpımı $\tau(n)$ ile gösterelim.

Örneğin,

$$\tau(6) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6$$

$$\tau(6) = 36 \text{ 'dır.}$$

Buna göre, $n > 1$ olması koşuluyla $\tau(n) = n^4$ eşitliğini sağlayan en küçük üç pozitif tam sayının toplamı kaçtır?

- A) 70 B) 72 C) 64 D) 94 E) 108

12. Matematik ve Bilgisayar bilimlerinde, **uzunluk** bir dizideki eleman sayısını ifade eder.

Örneğin,

- 101 dizisinin uzunluğu 3'tür.
- 0110 dizisinin uzunluğu 4'tür.

Buna göre, 0 ve 1'lerden oluşan ve içinde 00 bulunmayan 7 uzunluğunda kaç dizi vardır?

- A) 8 B) 13 C) 21 D) 34 E) 55

13. $3^{2025} + 5^{2025} + 7^{2025} + \dots + 21^{2025} + 23^{2025}$

toplamının 12 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 5 D) 9 E) 11

14. x ve y pozitif gerçel sayılar olmak üzere,

$$x^2 + y^3 + \frac{16}{x} + \frac{3}{y} + 12$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 13 B) 17 C) 28 D) 32 E) 44

15. p, q ve r asal sayılar olmak üzere,

$$p + q + r + pq + pr + qr + pqr = 575$$

denklemini verildiğine göre, **p + q + r toplamının alabileceği kaç farklı değer vardır?**

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 10

16. n pozitif tam sayısı $2^{105} + 1$ ile $2^{91} + 1$ sayılarının ortak bir böleni olduğuna göre, **n sayısının alabileceği kaç farklı değer vardır?**

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

17. $a = \sqrt{1}$

$$b = \sqrt{2}$$

$$c = \sqrt{3} \text{ olmak üzere,}$$

$$(a + b + c) \cdot (a + b - c) \cdot (a - b + c) \cdot (b + c - a)$$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4\sqrt{2}$

B) 8

C) $2\sqrt{6}$

D) $8\sqrt{2}$

E) $4\sqrt{3}$

18. n pozitif tam sayısından küçük ve n ile aralarında asal olan pozitif tam sayıların sayısı $\phi(n)$ ile gösterilir.

Örneğin,

$$\phi(5) = 4$$

$$\phi(6) = 2 \text{ 'dir.}$$

Buna göre, p asal sayı olmak üzere,

$$\phi(p) + \phi(p^2) + \phi(p^3) + \dots + \phi(p^{2025})$$

toplamının sonucu hangi seçenekte doğru verilmiştir?

A) 2025

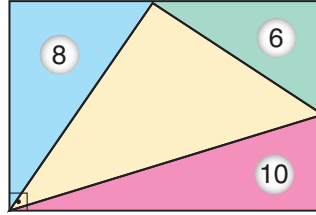
B) p

C) p^{2025}

D) $p^{2025} - 1$

E) $p^{2025} + 1$

19. Aşağıda verilen dikdörtgensel bölge 4 farklı alana ayrılmıştır.



Üç parçanın alanı üzerine birim kare olarak yazıldığına göre, sarı bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) 16 B) $4\sqrt{15}$ C) 20 D) $2\sqrt{15}$ E) $6\sqrt{15}$

20. $n > 1$ pozitif tam sayı olmak üzere,

$$\boxed{n} = 1 + \boxed{1} \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{3} \cdots \boxed{n-1}$$

$$\boxed{1} = 1$$

olarak tanımlanıyor.

Örneğin,

$$\boxed{2} = 1 + \boxed{1} = 1 + 1 = 2$$

$$\boxed{3} = 1 + \boxed{1} \cdot \boxed{2} = 1 + 1 \cdot 2 = 3$$

$$\boxed{4} = 1 + \boxed{1} \cdot \boxed{2} \cdot \boxed{3} = 1 + 1 \cdot 2 \cdot 3 = 7$$

olur.

Buna göre, $\frac{\boxed{20} \cdot \boxed{21} - 1}{\boxed{20} + \boxed{21}}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

- A) $\boxed{20}$ B) $\boxed{20} + 1$ C) $\boxed{20} - 1$
D) $(\boxed{20})^2 - 1$ E) $\boxed{21} - 1$

21. B açısı 90° olan bir ABC üçgeninin A açısına ait iç açıortay doğrusunun üçgenin çevrel çemberini kestiği nokta D'dir.

$$[AD] \cap [BC] = \{E\}$$

$$|AE| = 12\sqrt{5}, |ED| = 4\sqrt{5} \text{ olduğuna göre,}$$

ADC üçgeninin [AC] kenarına ait yüksekliği kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 16 D) 18 E) 21

22. $m^3 - 9n^3 + 5m^2n + 3n^2m = 41$

denklemini sağlayan kaç farklı (m, n) tam sayı ikilisi vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2
D) Sonsuz çoklukta E) Hiçbiri

23. $2^{p+1} + 3^{p+2} + 5^{p+3}$

toplamının p ile tam bölünmesini sağlayan kaç farklı p asal sayısı vardır?

A) 0

B) 1

C) 2

D) Sonsuz çoklukta

E) Hiçbiri

24. Ali, Ortaokul Matematik Olimpiyatlarında sorulan 32 soruyu sırayla her gün tam olarak 4 veya 6 tanesini çözerek bitirecektir.

Buna göre, Ali bu soruların tamamını kaç farklı şekilde bitirebilir?

A) 35

B) 37

C) 41

D) 43

E) 55

