

UGEMO



ULUSAL GENÇ
MATEMATİKÇİLER
OLİMPİYATI

7.
SINIF

FİNAL SINAVI

Ulusal Genç Matematikçiler Olimpiyatı

- Sınav süresi 120 dakikadır.
- Kitapçıkta 24 soru bulunmaktadır.
- 4 yanlış 1 doğruyu götürmektedir.

Adı Soyadı :

Okulu :

Sınıfı :

T.C. No. :

1. r doğal sayı olmak üzere,

$$\binom{n}{r} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-r+1)}{r \cdot (r-1) \cdots 2 \cdot 1}$$

Örneğin,

$$\binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$$

$$\binom{-4}{2} = \frac{(-4) \cdot (-5)}{2 \cdot 1} = 10$$

$$\binom{\frac{1}{2}}{3} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - 2\right)}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{3}{2}\right)}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{16}$$

Buna göre,

$$\frac{\binom{-7}{3} \cdot \binom{4}{2}}{\binom{\frac{1}{3}}{2}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2876 B) 4536 C) -5213 D) 5014 E) -4204

2. $n > 1$ den büyük bir doğal sayı olmak üzere,

$$A(n) = 1 - \frac{1}{n^2} \text{ olarak tanımlanıyor.}$$

$$\text{Örneğin, } A(3) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$A(2) \cdot A(3) \cdot A(4) \cdots A(20)$$

çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{11}{20}$ C) $\frac{19}{30}$ D) $\frac{21}{40}$ E) $\frac{23}{50}$

3. x ve y tam sayılar olmak üzere,

$$\frac{x-y}{3} = \frac{7}{x+y} = \frac{18}{4x+y}$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 7

4. Her bir rakamına tam bölünen iki basamaklı doğal sayıların toplamı kaçtır?

- A) 510 B) 600 C) 495 D) 630 E) 650

5. a, b, c sıfırdan farklı gerçel sayılar olmak üzere,

$$\frac{2a+b-c}{b+c} + \frac{2b+c-a}{c+a} + \frac{2c+a-b}{b+a} = 10$$

olduğuna göre,

$$\frac{a-c}{b+c} + \frac{b-a}{c+a} + \frac{c-b}{b+a}$$

toplamı kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) 5

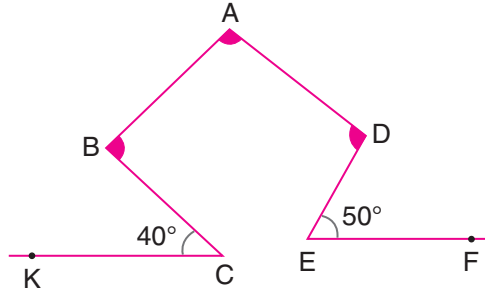
6. Sadece beyaz ve kırmızı topların bulunduğu iki kutuda eşit sayıda top vardır.

- Birinci kutudaki topların %30'u beyazdır.
- Birinci kutudan 5 beyaz top alınıp ikinci kutuya eklendiğinde, ikinci kutudaki beyaz topların oranı %40 oluyor.

İki kutudaki toplam beyaz top sayısı 46 olduğuna göre, başlangıçta birinci kutuda kaç kırmızı top vardır?

- A) 35 B) 42 C) 49 D) 56 E) 63

7.



$m(\widehat{BCK}) = 40^\circ$, $m(\widehat{DEF}) = 50^\circ$, $[CK \parallel EF]$ ve kırmızı renkli açılarının ölçüleri eşit olduğuna göre, $m(\widehat{BAD})$ kaç derecedir?

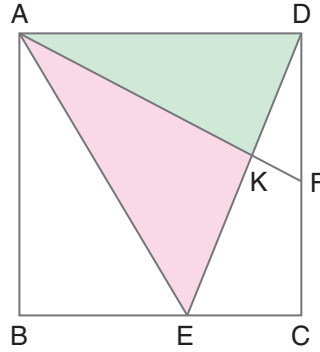
- A) 120 B) 110 C) 100 D) 90 E) 80

8. Bir kitaptaki soruların, $\frac{1}{3}$ 'i kolay düzey, geriye kalan soruların $\frac{1}{2}$ 'inin 10 fazlası orta düzey, geriye kalan sorular da zor düzey olarak derecelendirilmiştir.

Ahmet kolay düzeydeki soruları günde 10 tane, orta düzeydeki soruları günde 5 tane, zor düzeydeki soruları da günde 4 tane çözerek soruların tamamını 82 günde çözdüğüne göre, kitaptaki soru sayısı kaçtır?

- A) 330 B) 450 C) 480 D) 520 E) 600

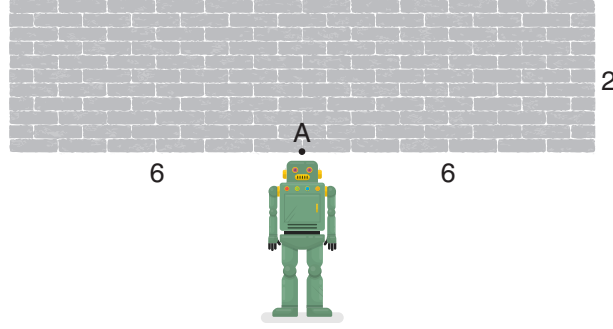
9. Bir kenar uzunluğu 10 birim olan aşağıdaki karenin [BC] kenarı üzerinde ve [CD] kenarı üzerinde sırasıyla E ve F noktaları alınmıştır.



$|DF| = |FC|$, $[AF] \cap [ED] = \{K\}$, $3|EC| = 2|BE|$ olduğuna göre, **AKE üçgeninin alanının AKD üçgeninin alanına oranı kaçtır?**

- A) 1 B) $\frac{7}{5}$ C) $\frac{7}{6}$ D) $\frac{11}{10}$ E) $\frac{13}{12}$

10. Kenar uzunlukları 12 birim ve 2 birim olan dikdörtgen şeklindeki bir yasaklı bölgenin A noktasında bir robot bulunmaktadır.



- Robot yasaklı bölgeye giremez.
- Robot, bulunduğu noktadan en fazla 10 birim uzaklaşabilmektedir.
- Robotun yasaklı bölge dışında dolaşabildiği bölgenin alanı K birim kare olarak veriliyor.
- Eğer robot A noktasının 2 birim sağına bırakılsaydı yasaklı bölge dışında dolaşabildiği bölgenin alanı T birim kare olurdu.

Buna göre, $T - K$ farkı kaç birim karedir?

- A) 15π B) 12π C) 9π D) 6π E) 4π

11. Bir torbada bulunan topların $\frac{1}{2}$ 'i birbiri ile tamamen (özdeş) aynı, geri kalanların her biri diğer toplardan tamamen farklıdır.

Torbada 72 tane top bulunduğuna göre, bu torbadan 36 tane top kaç farklı şekilde seçilebilir?

- A) $36!$ B) $48!$ C) 2^{36} D) 36^2 E) 2^{72}

12. A ve B pozitif tam sayılarının, en büyük ortak böleni $Ebob(A, B)$, en küçük ortak katı $Ekok(A, B)$ olmak üzere,

$$Ebob(A, B) + Ekok(A, B) + Ebob(A, B) \cdot Ekok(A, B) = 63$$

olduğuna göre, $A + B$ toplamının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. p ve q asal sayılar olmak üzere,

$$p + q + p \cdot q = 95$$

denklemini verildiğine göre, $p + q$ toplamının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

14. x, y, z gerçel sayılar olmak üzere,

$$x^2 + xy = 5$$

$$y^2 + yz = 2$$

$$4z^2 + 4xz = 77 \text{ ve}$$

$$x + y + z = 6$$

olduğuna göre, $x^2 + y^2 + z^2$ toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) $\frac{33}{2}$ D) 17 E) $\frac{35}{2}$

15. $2023^{2024^{2025}} + 2024^{2025^{2023}} + 2025^{2023^{2024}}$

toplamının birler basamağı kaçtır?

A) 0

B) 3

C) 5

D) 7

E) 9

16. n pozitif tam sayısı için,

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1) \cdot (2n+1)}{6} \text{ olduğuna göre,}$$

$$1 \cdot 2025 + 2 \cdot 2024 + 3 \cdot 2023 + \dots + 2024 \cdot 2 + 2025 \cdot 1$$

toplamının 8 ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 7

B) 5

C) 4

D) 3

E) 0

17. Bir n pozitif tam sayısının pozitif tam bölenlerinin her birinin çarpmaya göre terslerinin toplamını $T(n)$ ile gösterelim.

Örneğin;

$$T(4) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

Buna göre, n sayısının 6, 28, 256, 343, 496 değerlerinden kaç tanesi için $T(n) = 2$ olur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. n doğal sayı ve p asal sayı olmak üzere,

$$p + 2^p + 3 = n^2$$

denklemini sağlayan kaç farklı (n, p) ikilisi vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2
D) Sonsuz çoklukta E) Hiçbiri

19. x ve y gerçel sayılar olmak üzere,

$$A = -x^2 + 4x + 7 \text{ ve } B = y^2 + 3y + 8$$

olmak üzere A 'nın en büyük değeri ile B 'nin en küçük değerinin toplamı kaçtır?

- A) 16 B) $\frac{65}{4}$ C) $\frac{33}{2}$ D) $\frac{67}{4}$ E) 17

20. $x + \frac{1}{x} = x^2 + \frac{1}{x^2}$

denklemini sağlayan kaç farklı x gerçel sayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Hiçbiri

21. Bir ABC üçgeninde,

$$m(\widehat{ABC}) = 3m(\widehat{ACB})$$

$$|AC| = 16 \text{ birim}, |AB| = 9 \text{ birim}$$

olduğuna göre, $|BC|$ uzunluğu kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) $\frac{35}{3}$ D) $\frac{37}{3}$ E) 13

22. $a^3 - 4b^3 + 3a^2b = 243$

denklemini sağlayan kaç farklı (a, b) tam sayı ikilisi vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Hiçbiri

23. x ve y pozitif gerçel sayılar olmak üzere,

$$2x + x^3y = 48 \text{ olduğuna göre,}$$

$$x^3 + x^2y$$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

A) 21

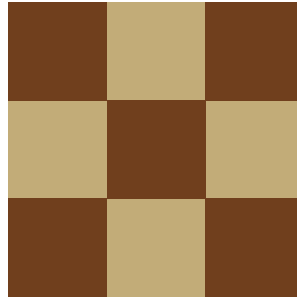
B) 24

C) 28

D) 30

E) 32

24. Aşağıda verilen 3x3'lük satranç tahtasının her birim karesine 1 veya 2 rakamı yazılacaktır.



Her satırda ve sütunda en az bir kareye 2 rakamı yazılması koşulu ile satranç tahtası kaç farklı şekilde tamamlanabilir?

A) 265

B) 301

C) 341

D) 360

E) 504

