

Ugemo



ULUSAL GENÇ
MATEMATİKÇİLER
OLİMPİYATI

9.
SINIF

1. AŞAMA SINAVI

Ulusal Genç Matematikçiler Olimpiyatı

- Sınav süresi 150 dakikadır.
- Kitapçıkta 30 soru bulunmaktadır.
- 4 yanlış 1 doğruyu götürmektedir.

Adı Soyadı :

Okulu :

Sınıfı :

T.C. No. :

1. $A = (-14, 51]$ ve $B = (12, 71]$ olduğuna göre, $(A \setminus B) \cap \mathbb{Z}$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

A) 28

B) 29

C) 30

D) 26

E) 25

2. $x, y \in [3, \infty)$ olmak üzere, $x \cdot y - 3x - 3y + 14$ ifadesinin alabileceği en küçük değeri kaçtır?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 5

E) Hiçbiri

3. $a_1, a_2, \dots, a_n$ rakamlardır.

$\frac{1}{21} = 0, a_1 a_2 \dots a_n \dots$ olmak üzere, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2025}$ toplamı kaçtır?

A) 9099

B) 9110

C) 9089

D) 9120

E) Hiçbiri

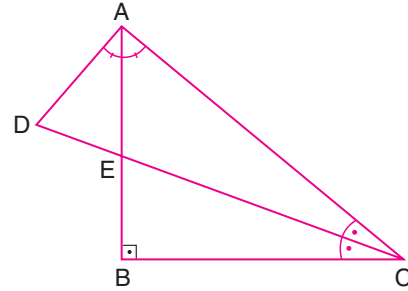
4. Şekilde

$m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$, $m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{CAB})$,

$m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{BCD})$ ve $|DC| = 2|AB|$

olduğuna göre,

$m(\widehat{ACB})$ kaç derecedir?



A) 54

B) 48

C) 36

D) 60

E) 24

5. $A = \{x^2 - y^2 \mid x, y \in \mathbb{Z}\}$ kümesi tanımlanıyor.

Aşağıda verilen sayılardan hangisi A kümesinin elemanıdır?

- A) 2 B) 142 C) 374 D) 194 E) 320

6. Gerçek sayılar kümesinde her $x, y \in \mathbb{R}$ için $*$ ve $\odot$ işlemleri aşağıdaki gibi tanımlanıyor.

$$x * y = x + y - 3 \text{ ve } x \odot y = (x - 3)(y - 3)$$

Örneğin, $1 * 2 = 1 + 2 - 3 = 0$

$$1 \odot 2 = (1 - 3)(2 - 3)$$

$$3 * 1 = 3 + 1 - 3 = 1$$

$$= (-2)(-1) = 2$$

$$3 \odot 1 = (3 - 3)(1 - 3) = 0 \text{ dır.}$$

$$x * (y - 1) = 8$$

$$(x - y) \odot 1 = 10$$

sisteminde $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

- A) 42 B) 39 C) 35 D) 32 E) 48

7. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 2$ fonksiyonu veriliyor.

$f(f(f(f(k)))) = k$ eşitliğini sağlayan k sayısı kaçtır?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

8. p, q, r rasyonel sayılar olmak üzere, $pq + qr + rp = 1$ ise aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) $\sqrt{(1+p)(1+q)(1+r)}$ bir tam sayıdır.

B) $\sqrt{(1+p^2)(1+q^4)(1+r^2)}$ rasyonel sayıdır.

C) $\sqrt{(1+p^2)(1+q^2)(1+r^2)}$ bir rasyonel sayıdır.

D) $\sqrt{(2+p)(2+q)(2+r)}$ bir rasyonel sayıdır.

E) $\sqrt{(4+p^2)(4+q^2)(4+r^2)}$ bir tam sayıdır.

9. $A = \left\{ x_n \mid x_n = \frac{n^2 + 3}{n^2 - n + 3}, n = 1, 2, 3, \dots, 2025 \right\}$

ise A kümesinin tam sayı olan elemanlarının sayısı kaçtır?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

10. a ve b pozitif gerçekte sayılar, $a^3 = 6$, $b^4 = 3$ ve $m = \min\{a, b\}$, $M = \max\{a, b\}$ dir.

$K = \{x \mid m < \sqrt[6]{x} < M \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\}$ olmak üzere, **K kümesinin elemanlarının toplamı kaçtır?**

A) 615

B) 630

C) 676

D) 740

E) Hiçbiri

11. $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{1\}$, $f(x) = \frac{x}{x+1}$ olduğuna göre, $f(1) \cdot f(2) \cdots f(2025)$ çarpımının değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2020}$ B) $\frac{1}{2021}$ C) $\frac{1}{2024}$ D) $\frac{1}{2025}$ E) Hiçbiri

12. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -x + 2024 & x \text{ rasyonel sayı ise} \\ 2025 - x & x \text{ irrasyonel sayı ise} \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f(2024) - f(2025 - \sqrt{2024})$$

işleminin sonucu kaçtır?

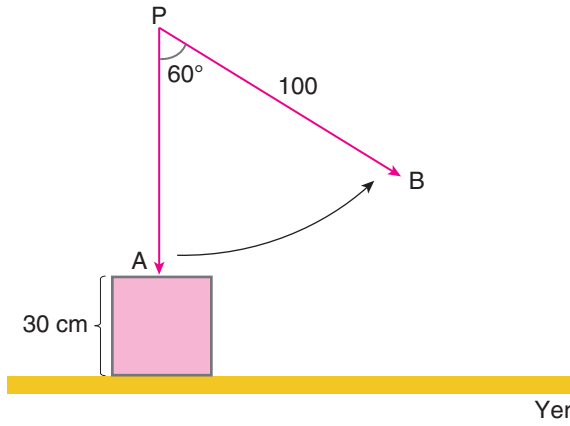
- A) $2\sqrt{506}$ B) $\sqrt{2023}$ C) $\sqrt{2021}$ D) $1+2\sqrt{506}$ E) Hiçbiri

13. ABC üçgeninde $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$, $E \in [AB]$, $|EA| = |EB|$, E noktasından $[BC]$ ye çizilen dikmenin ayağı F dir.

Buna göre, $\frac{|CF|}{|EF|}$ oranının en küçük değeri kaçtır?

- A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) Hiçbiri

14.



Şekilde P noktası sabit ve A noktasının yerden yüksekliği 30 cm dir. $[PA]$, P noktası etrafında saatin dönme yönünün tersi yönde 60° döndürülerek $[PB]$ elde ediliyor ve $|PB| = 100$ cm dir.

Buna göre, B noktasının yerden yüksekliği kaç cm dir?

- A) 60 B) 70 C) 75 D) 80 E) Hiçbiri

15. ABC eşkenar üçgeni içinde alınan bir P noktası için $|PA| = 11$, $|PB| = 60$ ve $m(\widehat{APB}) = 150^\circ$ ise $|PC|$ kaçtır?

A) 70

B) 68

C) 66

D) 61

E) Hiçbiri

16. $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2025}+\sqrt{2024}}$ toplamının değeri kaçtır?

A) 43

B) 42

C) 41

D) 40

E) Hiçbiri

17. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu her $x, y \in \mathbb{R}$ için, $f(x + y) = f(x) + f(y)$ koşulunu sağlıyor.

$f(2025) = 45$ ise $f\left(\frac{1}{90}\right)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4050}$

B) $\frac{1}{4000}$

C) $\frac{1}{2025}$

D) $\frac{1}{45}$

E) Hiçbiri

18. $1^{10} + 2^{10} + 3^{10} + \dots + 2026^{10}$

toplamının birler basamağındaki rakam kaçtır?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 6

19. Bir çalışma grubunda altı katılımcı bir gerçek sayı olan k üzerinde anlaşılır ve daha önce odadan ayrılan yedinci katılımcı bu sayıyı bulmalıdır. Yedinci katılımcı odaya döndüğünde aşağıdaki bilgileri alır:

1. k , bir rasyonel sayıdır.
2. k , 14 ile bölünebilen bir tam sayıdır.
3. k , karesi 13 olan bir gerçek sayıdır.
4. k , 7 ile bölünebilen bir tam sayıdır.
5. k , $0 < k^3 + k < 8000$ eşitsizliğini sağlayan bir gerçek sayıdır.
6. k , bir çift sayıdır.

Yedinci katılımcı 1 ve 2 den birinin doğru, birinin yanlış; 3 ve 4 den birinin doğru, birinin yanlış; 5 ve 6 numaralı bilgilerden birinin doğru, birinin yanlış olduğunu öğrenir.

Buna göre, k sayısı kaçtır?

- A) 98 B) 91 C) 14 D) 7 E) Hiçbiri

20. ABC dik üçgeninde $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$, $[AD] \perp [BC]$, $D \in [BC]$, ABD ve ACD üçgenlerinin içteğet çemberlerinin yarıçapları sırasıyla 4 ve 6 olduğuna göre, **ABC üçgeninin içteğet çemberinin yarıçapı kaçtır?**

- A) 10 B) $2\sqrt{13}$ C) $4\sqrt{5}$ D) 8 E) 5

