

Ugemo



ULUSAL GENÇ
MATEMATİKÇİLER
OLİMPİYATI

**10.
SINIF**

1. AŞAMA SINAVI

Ulusal Genç Matematikçiler Olimpiyatı

- Sınav süresi 150 dakikadır.
- Kitapçıkta 30 soru bulunmaktadır.
- 4 yanlış 1 doğruyu götürmektedir.

Adı Soyadı :

Okulu :

Sınıfı :

T.C. No. :

1. Bir zar art arda dört kez atıldığında üst yüze gelen sayıların çarpımının çift sayı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{8}$

B) $\frac{15}{32}$

C) $\frac{15}{16}$

D) $\frac{3}{16}$

E) Hiçbiri

2. $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4)$$

fonksiyonunun $f(\mathbb{R})$ görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{R}$

B) $[-1, \infty)$

C) $[0, \infty)$

D) $[-4, \infty)$

E) Hiçbiri

3. $A = \{1, 2, 3, \dots, 2025\}$ kümesinin B alt kümesi aşağıdaki özelliğe sahip sayılardan oluşsun.

Özellik: “ B kümesindeki herhangi iki elemanın toplamı 10 ile tam bölünür.”

Buna göre, B kümesinin eleman sayısı en çok kaçtır?

- A) 200 B) 201 C) 202 D) 203 E) Hiçbiri

4. A ve C açılarının ölçüleri 30° olan bir ABC ikizkenar üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı 8 ise içteğet çemberinin yarıçapı kaçtır?

- A) $8\sqrt{3} - 6$ B) $8\sqrt{3} - 4$ C) $8\sqrt{3} + 6$ D) $8\sqrt{3} + 8$ E) $8\sqrt{3} - 12$

5. Bir sınıftaki bazı öğrenciler kendi aralarında bir satranç turnuvası düzenlediler ve bu turnuvada her katılımcı diğer herkese karşı tam olarak iki oyun oynamak zorunda kaldı. Turnuvanın sürdüğü 24 günün her birinde toplamda tam 3 maç oynandı.

Buna göre, turnuvaya katılan öğrenci sayısı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) Hiçbiri

6. Bir okul bandosunda beş çocuğun her biri kendi trampetine sahiptir.

Beş çocuktan üçü yanlış trampeti eve götürürken, diğer ikisinin kendisine ait trampeti eve götürmesi kaç farklı şekilde gerçekleşir?

- A) 20 B) 10 C) 15 D) 30 E) 50

7. Her $x, y \in \mathbb{R}$ için bir $*$ işlemi

$$x * y = x \cdot y - 3x - 3y + 12$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre,

$$(-2025) * (-2024) * (-2023) * \dots * 2023 * 2024 * 2025$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2025

B) 3

C) 12

D) 0

E) Hiçbiri

8. Kenar uzunlukları $\sqrt{5}$, $\sqrt{c^2 + 1}$ ve $\sqrt{c^2 + 4}$ olan üçgenin alanı $\frac{7}{2}$ olduğuna göre, üçgenin çevrel çemberinin yarıçapı kaçtır?

A) $\frac{5\sqrt{26}}{14}$

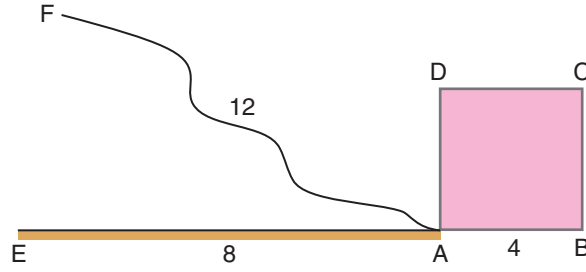
B) $\frac{\sqrt{656}}{14}$

C) $\frac{\sqrt{658}}{14}$

D) $\frac{5\sqrt{26}}{7}$

E) Hiçbiri

9.



F noktasında bulunan bir keçi 12 metre uzunluğundaki bir ipe A noktasına sabitleniyor. [AE] ke-
çinin geçemeyeceği 8 metre uzunluğunda bir çit ve ABCD karesi kenar uzunluğu 4 metre olan ve
keçinin giremeyeceği bir ağıldır.

Buna göre, keçinin otlayabileceği alanın en büyük değeri kaç metrekaredir?

- A) 32π B) 48π C) 54π D) 64π E) Hiçbiri

10. Her $x, y \in \mathbb{R}$ için

$$f(x - f(y)) = 1 - x - y$$

koşulunu sağlayan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu için

$f\left(-\frac{4051}{2}\right)$ değeri kaçtır?

- A) 2027 B) 2026 C) 2025 D) 2024 E) Hiçbiri

11. $\{1, 2, 3, \dots, 2025\}$ kümesindeki kaç n tam sayısı için $n^4 - n^3$ bir tam küp olur?

A) 17

B) 16

C) 15

D) 14

E) 13

12. $x^2 + y^2 = 12$ olmak üzere

$$x^2 + 6y^2 + 10x$$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 64

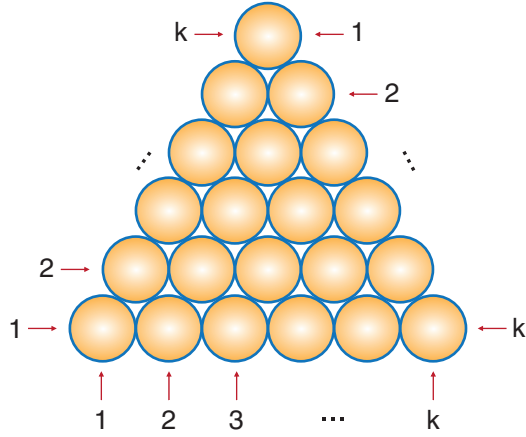
B) 66

C) 68

D) 72

E) 77

13.



Bir mağazada, dekoratif amaçlar için aynı boyuttaki kutular bir “piramit” oluşturacak şekilde istiflenmiştir. Her katmanda kutular şekildeki gibi “üçgen şeklinde” düzenlenmiştir. Burada “üçgenin yan kenarı” boyunca k olarak işaretlenen kutu sayısı en alt katman için 9 dur. Her ek katmana karşılık gelen k sayısı hemen altındaki katmandaki sayıdan bir küçüktür. Üst katman 1 kutudan oluşmaktadır.

Buna göre, “piramit” de bulunan tüm kutuların sayısı kaçtır?

- A) 140 B) 172 C) 165 D) 180 E) Hiçbiri

14. Bir ABCD karesinin iç bölgesindeki bir P noktası için $m(\widehat{PAB}) = 18^\circ$ ve $m(\widehat{PCB}) = 27^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{APD})$ kaç derecedir?

- A) 36 B) 54 C) 63 D) 72 E) 75

15. ABCDE düzgün beşgen ve $P \in [AB]$ dir. PBC üçgeninin [PC] ye göre simetriği $\widehat{PB'C}$ ve $m(\widehat{APB'}) = 2.m(\widehat{B'CD})$ olduğuna göre, $m(\widehat{DB'C})$ kaç derecedir?
- A) 72 B) 66 C) 64 D) 60 E) Hiçbiri

16. a ve b gerçekte sayıları için
 $a + b = 1$ ve $(a^2 + b^2)(a^3 + b^3) = 70$
 olduğuna göre, $a^2 + b^2$ toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 7 C) 16 D) 21 E) 11

17. $P(x) = (1 + x)^{22} + x \cdot (1 + x)^{21} + x^2 \cdot (1 + x)^{20} + \dots + x^{20} \cdot (1 + x)^2$
polinomunda x^{20} nin katsayısı kaçtır?

A) 1981 B) 1771 C) 1541 D) 1311 E) Hiçbiri

18. a, b, c, d dört pozitif tam sayıdır.

$$a \cdot c + b \cdot d = 28$$

$$a \cdot d + b \cdot c = 27$$

olduğuna göre, **a + b + c + d toplamı kaçtır?**

A) 20 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12

19. On bir bilim insanı bir proje üzerinde çalışıyorlar. Dökümanları bir dolaba kilitlemek istiyorlar, böylece dolap sadece altı bilim insanı veya daha fazla bilim insanının bir arada bulunduğu zaman açılabilir. Bu amaçla dolaba belirli sayıda kilit takılır ve her bilim insanına bu kilitlerden bazılarının anahtarları verilir. Her anahtar tam olarak bir kilidi açabilir. Dolayısıyla dolabın açılabilmesi için (i) bilim insanlarından herhangi birinin hazır bulunması ve (ii) dolaptaki tüm kilitlerin anahtarlarının mevcut altı bilim insanına verilen tüm anahtarlar arasında olması gerekir.

Buna göre, gerekli olan en az kilit sayısı kaçtır?

- A) 924 B) 462 C) 360 D) 231 E) Hiçbiri

20. Birbirinden farklı z_1, z_2, z_3 sayıları $Q(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ polinomunun kökleridir.

$P(x) = x^5 - x^2 - x$ ise $P(z_1) + P(z_2) + P(z_3)$ toplamı kaçtır?

- A) 186 B) 192 C) 216 D) 213 E) Hiçbiri

